

$$Q = (23,985042 + 4,002603 - 1,007825 - 26,981539) \times 931,48$$

$$= -1,6012 \text{ MeV} \Rightarrow T_1 \underset{\text{de } \alpha}{=} +1,868 \text{ MeV}$$

5) ^{27}Al dans l'état excité $E_0 = 2,212 \text{ MeV} \Rightarrow T_1 = +4,450 \text{ MeV}$.

3) Réaction à haute énergie

Rappel: quadrivecteur Impulsion-Energie

$$\tilde{p} = (E, \vec{p}c)$$

↗ $q^{\text{le}} \text{ de mouvement total.}$
↘ énergie totale

$$\tilde{p}^2 = E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$$

on a de m^2 conservation de la $q^{\text{le}} \text{ de mot} \Rightarrow \sum \tilde{p}_i = \sum \tilde{p}_f$

→ Expression relativiste de l'énergie seuil

Avant la collision dans $[L]$: $\tilde{p}_i = (T_1 + m_1 c^2 + m_2 c^2, \vec{p}c)$

Après la collision dans $[CR]$: $\tilde{p}_f^* = (\sum m_k c^2, \vec{0})$

or $\tilde{p}_i^2 = \tilde{p}_f^2 \Rightarrow (T_1 + m_1 c^2 + m_2 c^2)^2 - p_1^2 c^2 = (\sum m_k c^2)^2$

$$(m_1 c^2 + m_2 c^2)^2 + 2 T_1 (m_1 c^2 + m_2 c^2) + T_1^2 - p_1^2 c^2 = (\sum m_k c^2)^2$$

$$2 T_1 m_1 c^2 + 2 T_1 m_2 c^2 + T_1^2 - p_1^2 c^2 = (\sum m_k c^2)^2 - (m_1 c^2 + m_2 c^2)^2$$

or $E_1^2 = m_1^2 c^4 + p_1^2 c^2 = (T_1 + m_1 c^2)^2 = T_1^2 + 2 T_1 m_1 c^2 + m_1^2 c^4$

$$\Rightarrow p_1^2 c^2 = T_1^2 + 2 T_1 m_1 c^2$$

soit $2 T_1 m_2 c^2 = (\sum m_k c^2)^2 - (m_1 c^2 + m_2 c^2)^2 \Rightarrow T_1 = \frac{(\sum m_k c^2)^2 - (m_1 c^2 + m_2 c^2)^2}{2 m_2 c^2}$

→ Retrouver le résultat à basse énergie.

$$T_1 = \frac{1}{2 m_2 c^2} (\sum m_k c^2 - (m_1 c^2 + m_2 c^2)) (\sum m_k c^2 + (m_1 c^2 + m_2 c^2))$$

basse énergie $\Rightarrow T \ll E (\sim mc^2)$

$$\Rightarrow m_1 c^2 + m_2 c^2 \simeq \sum m_k c^2$$

donc $\sum m_k c^2 + m_1 c^2 + m_2 c^2 \simeq 2(m_1 c^2 + m_2 c^2)$

on réécrit $T_1 = \frac{1}{2m_2 c^2} \left[2(m_1 c^2 + m_2 c^2) \left(\sum m_k c^2 - (m_1 c^2 + m_2 c^2) \right) \right] = -Q \frac{(m_1 + m_2)}{m_2}$

idem à précédemment

\rightarrow Cas particuliers: Création d'une masse Π en une ou plusieurs particules (particules voir entrée de voir de sortie)

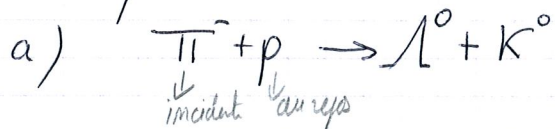
$$(1) + (2) \rightarrow (1) + (2) + (\Pi) \quad \left(\sum m_k c^2 = m_1 c^2 + m_2 c^2 + \Pi c^2 \right)$$

Formule relativiste $\Rightarrow T_1 = \frac{1}{2m_2 c^2} \left[(m_1 c^2 + m_2 c^2 + \Pi c^2)^2 - (m_1 c^2 + m_2 c^2)^2 \right]$

$$= \frac{2\Pi c^2 (m_1 c^2 + m_2 c^2) + \Pi^2 c^4}{2m_2 c^2} = \Pi c^2 \frac{2(m_1 c^2 + m_2 c^2) + \Pi c^2}{2m_2 c^2}$$

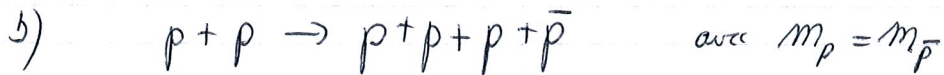
\rightarrow Cas particuliers (1) = γ $m_1 = 0$ $T_1 = E_1 = \frac{(\sum m_k c^2)^2 - m_2^2 c^4}{2m_2 c^2}$

4) Application numérique



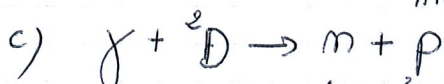
$$T_{\pi^-} = \frac{(m_{\Lambda^0} c^2 + m_{K^0} c^2)^2 - (m_{\pi^-} c^2 + m_p c^2)^2}{2m_p c^2}$$

AN: $T_{\pi^-} = 767,84 \text{ MeV}$



$$T_p = 2m_p c^2 \left[\frac{2 \times 2m_p c^2 + 2m_p c^2}{2m_p c^2} \right] = 6m_p c^2$$

AN: $T_p = 5,63 \text{ GeV}$



$$E_\gamma = \frac{(m_n c^2 + m_p c^2)^2 - m_{{}^2\text{D}}^2 c^4}{2m_{{}^2\text{D}} c^2} \Rightarrow E_\gamma = 2,226 \text{ MeV}$$

2. En dynamique d'Einstein, le théorème de l'énergie donne :

$$(\gamma - 1)mc^2 + mc^2 + \frac{Kx^2}{2} = 0 + mc^2 + \frac{KA^2}{2} \quad \text{d'où} \quad \gamma = 1 + \frac{K(A^2 - x^2)}{2mc^2}$$

On en déduit v :

$$v = c \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right)^{1/2} = c \left\{ 1 - \frac{1}{[1 + K(A^2 - x^2)/(2mc^2)]^2} \right\}^{1/2}$$

3. Si l'on introduit θ , on trouve :

$$v = c \left\{ 1 - \frac{1}{[1 + KA^2 \sin^2 \theta / (2mc^2)]^2} \right\}^{1/2} = c \frac{[KA^2 \sin^2 \theta / (mc^2)]^{1/2} [1 + KA^2 \sin^2 \theta / (4mc^2)]^{1/2}}{1 + KA^2 \sin^2 \theta / (2mc^2)}$$

Or :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = -A \sin \theta \frac{d\theta}{dt}$$

On a donc, en tenant compte du signe des variations de x et θ :

$$A \sin \theta \frac{d\theta}{dt} = c \frac{K^{1/2} A \sin \theta / (mc^2)^{1/2} [1 + KA^2 \sin^2 \theta / (4mc^2)]^{1/2}}{1 + KA^2 \sin^2 \theta / (2mc^2)}$$

On en déduit :

$$dt = \frac{1}{\omega_0} \frac{1 + KA^2 \sin^2 \theta / (2mc^2)}{[1 + KA^2 \sin^2 \theta / (4mc^2)]} d\theta \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \left(\frac{K}{m} \right)^{1/2}$$

En intégrant entre 0 et $\pi/2$, on trouve la période :

$$T = \frac{4}{\omega_0} \int_0^{\pi/2} \frac{1 + KA^2 \sin^2 \theta / (2mc^2)}{[1 + KA^2 \sin^2 \theta / (4mc^2)]} d\theta$$

Par conséquent, le facteur α vaut :

$$\alpha = \frac{KA^2}{4mc^2} = 0,5 \quad \text{puisque} \quad \frac{KA^2}{2} = mc^2$$

Notons qu'en faisant c infini, $\alpha = 0$, d'où la période $T_0 = 2\pi/\omega_0$ de l'oscillateur harmonique newtonien

S5-13. Oscillateur en dynamique d'Einstein

1. En dynamique newtonienne, l'équation différentielle du mouvement s'obtient aisément à partir de l'énergie, puisque la seule force dérive de l'énergie potentielle $\mathcal{E}_p = Kx^2/2$:

$$\mathcal{E}_k + \mathcal{E}_p = \text{Cte} \quad \text{avec} \quad \mathcal{E}_k = \frac{mv^2}{2} \quad \text{d'où} \quad \frac{mx^2}{2} + \frac{Kx^2}{2} = \text{Cte}$$

En dérivant par rapport au temps, on trouve :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \left(\frac{K}{m} \right)^{1/2} \quad \text{et} \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

La solution est :

$$x = C \cos(\omega_0 t + \phi) \quad \text{soit} \quad x = A \cos(\omega t)$$

compte tenu des conditions particulières : $\dot{x} = 0 = -\omega_0 C \sin \phi$, c'est-à-dire $\phi = 0$ et $x_M = C = A$. La somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de l'oscillateur est donc :

$$\frac{m\omega_0^2 A^2}{2} \sin^2(\omega_0 t) + \frac{KA^2}{2} \cos^2(\omega_0 t) = \frac{KA^2}{2}$$